

ΑΡΧΗ 1ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΝΩΝ

ΠΑΝΕΛΛΗΝΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ Δ΄ ΤΑΞΗΣ  
ΕΣΠΕΡΙΝΟΥ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ ΚΑΙ ΕΠΑΛ (ΟΜΑΔΑ Β΄)  
ΣΑΒΒΑΤΟ 14 ΜΑΪΟΥ 2011  
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ:  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΑΙ ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ  
ΣΥΝΟΛΟ ΣΕΛΙΔΩΝ: ΤΕΣΣΕΡΙΣ (4)

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω  $f, g$  δύο παραγωγίσιμες συναρτήσεις στο  $\mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ .

**Μονάδες 7**

**A2.** Πότε λέμε ότι μια συνάρτηση  $f$  με πεδίο ορισμού το  $A$  παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο σημείο  $x_1 \in A$ ;

**Μονάδες 4**

**A3.** Πότε μια συνάρτηση  $f$  λέγεται γνησίως αύξουσα σε ένα διάστημα  $\Delta$  του πεδίου ορισμού της;

**Μονάδες 4**

**A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Η διακύμανση εκφράζεται στις ίδιες μονάδες με τις οποίες εκφράζονται οι παρατηρήσεις.

**Μονάδες 2**

**β)** Σε μία κανονική κατανομή το εύρος ισούται περίπου με έξι φορές τη μέση τιμή, δηλαδή  $R \approx 6\bar{x}$ .

**Μονάδες 2**

**γ)** Για την παράγωγο μίας σύνθετης συνάρτησης ισχύει  $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$

**Μονάδες 2**

ΑΡΧΗ 2ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ' ΕΣΠΕΡΙΩΝ

δ) Πάντοτε ένα μεγαλύτερο δείγμα δίνει πιο αξιόπιστα αποτελέσματα από ένα μικρότερο δείγμα.

**Μονάδες 2**

ε) Ένα δείγμα τιμών μιας μεταβλητής είναι ομοιογενές, αν ο συντελεστής μεταβλητότητας δεν ξεπερνά το 10%.

**Μονάδες 2**

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = -x^3 - 3x + 4, \quad x \in \mathbb{R}$$

**B1.** Να δείξετε ότι η  $f(x)$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\mathbb{R}$ .

**Μονάδες 6**

**B2.** Να δείξετε ότι η παράγωγος  $f'(x)$  έχει ολικό μέγιστο και να το υπολογίσετε.

**Μονάδες 7**

**B3.** Να βρείτε την εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο  $A(1, f(1))$ .

**Μονάδες 6**

**B4.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 4}{x}$

**Μονάδες 6**

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 - kx + 5, \quad k \in \mathbb{R}$$

**Γ1.** Να βρεθεί το  $k \in \mathbb{R}$  αν γνωρίζουμε ότι η γραφική παράσταση της  $f$  διέρχεται από το σημείο  $(-1, 12)$ .

**Μονάδες 5**

ΑΡΧΗ 3ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΩΝ

**Γ2.** Για  $\kappa=6$  να βρεθούν οι εξισώσεις των εφαπτομένων στη γραφική παράσταση της συνάρτησης  $f$  στα σημεία με τετμημένες  $x=2$  και  $x=4$ .

**Μονάδες 10**

**Γ3.** Να αποδειχθεί ότι το σημείο τομής των εφαπτομένων βρίσκεται πάνω στην ευθεία  $x=3$ .

**Μονάδες 5**

**Γ4.** Να βρεθεί το εμβαδό του τριγώνου ανάμεσα στις εφαπτόμενες και τον άξονα  $x'x$ .

**Μονάδες 5**

**ΘΕΜΑ Δ**

Οι πωλήσεις, σε χιλιάδες ευρώ, που έγιναν από τους πωλητές μιας εταιρείας κατά τη διάρκεια ενός έτους ομαδοποιήθηκαν σε πίνακα συχνοτήτων με κλάσεις ίσου πλάτους. Το αντίστοιχο πολύγωνο σχετικών συχνοτήτων  $f_i\%$  έχει διαδοχικές κορυφές τις:

$A(8, 0)$        $B(10, 10)$        $\Gamma(12, 20)$        $\Delta(14, y_\Delta)$

$E(16, y_E)$        $Z(18, 10)$        $H(20, 0)$

όπου  $y_\Delta, y_E$  οι τεταγμένες των κορυφών  $\Delta$  και  $E$  του πολυγώνου  $ΑΒΓΔΕΖΗ$ .

**Δ1.** Να υπολογιστούν οι τεταγμένες  $y_\Delta$  και  $y_E$  των κορυφών  $\Delta$  και  $E$ , αν επιπλέον γνωρίζουμε ότι η μέση τιμή των πωλήσεων στη διάρκεια του έτους είναι 14200 ευρώ και το ευθύγραμμο τμήμα  $\Delta E$  είναι παράλληλο προς τον οριζόντιο άξονα.

**Μονάδες 7**

**Δ2.** Να σχεδιαστεί το πολύγωνο των σχετικών συχνοτήτων  $f_i\%$ .

**Μονάδες 3**

## ΑΡΧΗ 4ΗΣ ΣΕΛΙΔΑΣ - Δ΄ ΕΣΠΕΡΙΩΝ

**Δ3.** Να κατασκευαστεί ο πίνακας των σχετικών συχνοτήτων  $f_i\%$  της κατανομής των πωλήσεων που έγιναν από τους πωλητές της εταιρείας κατά τη διάρκεια ενός έτους.

**Μονάδες 7**

**Δ4.** Η διεύθυνση της εταιρείας αποφάσισε τη χορήγηση ενός επιπλέον εφάπαξ ποσού σε όσους πωλητές έχουν κάνει ετήσιες πωλήσεις τουλάχιστον 15000 ευρώ. Να υπολογιστεί το ποσοστό των πωλητών που θα λάβουν αυτό το ποσό.

**Μονάδες 4**

**Δ5.** Το εμβαδόν του χωρίου που ορίζεται από το πολύγωνο συχνοτήτων της κατανομής των πωλήσεων οι οποίες έγιναν από τους πωλητές της εταιρείας κατά τη διάρκεια ενός έτους και του οριζόντιου άξονα είναι 80. Να βρείτε τον αριθμό των πωλητών που δικαιούνται το εφάπαξ ποσό που αναφέρεται στο Δ4 ερώτημα.

**Μονάδες 4**

### ΟΛΗΓΙΕΣ (για τους εξεταζομένους)

1. Στο τετράδιο να γράψετε μόνο τα προκαταρκτικά (ημερομηνία, εξεταζόμενο μάθημα). Να μην αντιγράψετε τα θέματα στο τετράδιο.
2. Να γράψετε το ονοματεπώνυμό σας στο πάνω μέρος των φωτοαντιγράφων αμέσως μόλις σας παραδοθούν. Δεν επιτρέπεται να γράψετε καμιά άλλη σημείωση. Κατά την αποχώρησή σας να παραδώσετε μαζί με το τετράδιο και τα φωτοαντίγραφα.
3. Να απαντήσετε στο τετράδιό σας σε όλα τα θέματα.
4. Να γράψετε τις απαντήσεις σας **μόνο** με μπλε ή **μόνο** με μαύρο στυλό. Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε μολύβι μόνο για σχέδια, διαγράμματα και πίνακες.
5. Να μη χρησιμοποιήσετε χαρτί μιλιμετρέ.
6. Κάθε απάντηση τεκμηριωμένη είναι αποδεκτή.
7. Διάρκεια εξέτασης: τρεις (3) ώρες μετά τη διανομή των φωτοαντιγράφων.
8. Χρόνος δυνατής αποχώρησης: 10.30 π.μ.

**ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ  
ΤΕΛΟΣ ΜΗΝΥΜΑΤΟΣ**

ΤΕΛΟΣ 4ΗΣ ΑΠΟ 4 ΣΕΛΙΔΕΣ